Kombinatorika

1. Feladat
Hány különböző háromjegyű pozitív szám képezhető a 0, 6, 7 számjegyek felhasználásával?

2. Feladat
Kata kódja az iskolai számítógépteremben egy négyjegyű szám. Elfelejtette a kódot, de arra biztosan emlékszik, hogy a kódja a 2; 2; 4; 4 számjegyekből áll. Mely számokkal próbálkozzon, hogy biztosan beléphessen a hálózatba?

3. Feladat
Három végzős diáknak olyan mobiltelefonja van, amelyen be lehet állítani, hogy hány számjegyű legyen a telefon bekapcsolásához szükséges számkód. Anna olyan kódot szeretne, amely ötjegyű, csak a 2-es és a 9-es számjegy szerepel benne, mindkettő legalább egyszer.
Hányféle kód közül választhat Anna?

4. Feladat
Annának kedden 5 órája van, mégpedig matematika (M), német (N), testnevelés (T), angol (A) és biológia (B). Tudjuk, hogy a matematikaórát testnevelés követi, és az utolsó óra német.
Írja le Anna keddi órarendjének összes lehetőségét!

5. Feladat
Egy baráti társaság minden tagja írt egy-egy SMS üzenetet a társaság minden további tagjának. Így mindenki 11 üzenetet írt. Hány SMS-t írtak egymásnak összesen a társaság tagjai?

6. Feladat
Hány kézfogás történik egy öttagú társaságban, ha érkezéskor mindenki mindenkivel egyszer fog kezet?

7. Feladat
Egy 7-tagú társaságban mindenki mindenkivel egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt?

8. Feladat
Egy hattagú társaságban mindenki a társaságnak pontosan három tagjával fogott kezet. Hány kézfogásra került sor?

9. Feladat
Októberben az iskolában hat osztály nevezett be a focibajnokságra egy-egy csapattal. Hány mérkőzést kell lejátszani, ha mindenki mindenkivel játszik, és szerveznek visszavágókat is?

10. Feladat
Egy négytagú társaság e-mail kapcsolatban van egymással. Bármelyikük egy-egy társának legfeljebb egy levelet ír hetente. Válassza ki a felsorolt lehetőségek közül, hogy maximum hány levelet írhatott összesen egymásnak a társaság 4 tagja 1 hét alatt? Válaszát indokolja!
a) $4 \cdot 4 = 16$
b) $4 \cdot 3 = 12$
c) $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

11. Feladat

Két ország sakkválogatottja, az A és a B csapat közös edzőtáborban készül egy világversenyre. Az első héten az azonos nemzetbeli sportolók játszanak körmérkőzéses bajnokságot, tehát minden egyes sportoló minden nemzetbelijével egy mérkőzést. Az A csapat 7 játékossal érkezett, a B csapatnál összesen 55 mérkőzés zajlott.

a) Hány mérkőzés zajlott az A csapatnál, és hány tagja van a B csapatnak? A második héten az A csapat 6 kiválasztott tagjának mindegyike 8 B csapatbeli játékossal játszik egy-egy játszmát.

b) Összesen hány játszma zajlott a második héten?

12. Feladat

András és Péter „számkártyázik” egymással. A játék kezdetén mindkét fiúnál hat-hat lap van: az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártya. Egy mérkőzés hat csata megvívását jelenti, egy csata pedig abból áll, hogy András és Péter egyszerre helyez el az asztalon egy-egy számkártyát. A csatát az nyeri, aki a nagyobb értékű kártyát tette le. A nyertes elviszi mindkét kijátszott lapot. (Pl. ha András a 4est, Péter a 2-est teszi le, akkor András viszi el ezt a két lapot.) Ha ugyanaz a szám szerepel a két kijátszott számkártyán, akkor a csata döntetlenre végződik. Ekkor mindketten egy-egy kártyát visznek el. Az elvitt kártyákat a játékosok maguk előtt helyezik el, ezeket a továbbiakban már nem játsszák ki.

a) Hány kártya van Péter előtt az első mérkőzés után, ha András az 1, 2, 3, 4, 5, 6, Péter pedig a 2, 4, 5, 3, 1, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait? A második mérkőzés során Péter az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait, és így összesen két lapot vitt el.

b) Adjon meg egy lehetséges sorrendet, amelyben András kijátszhatta lapjait!

13. Feladat

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnel, kékkel vagy zölddel fogja színezni. Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni? (Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

14. Feladat

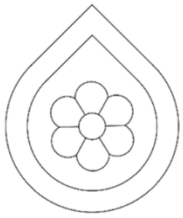
Péter rombusz alakú papírsárkányát az ábra szerint kilenc darab egybevágó, rombusz alakú területrészre osztotta, és egy részt sárgára, négy részt kékre, négy részt pedig pirosra festett.
Hányféleképpen festhette ki a papírsárkányt?

15. Feladat

Anna dominókészletében a dominókövek egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken a pöttyök száma 0, 1, 2, 3, 4, 5 vagy 6 lehet. A készletben minden lehetséges pöttyözésű dominóból pontosan egy darab van. Az ábrán a 2-6-os (6-2-es) dominó látható.
Hány olyan dominó van a készletben, amelyen a két részen lévő pöttyök számának szorzata prímszám?

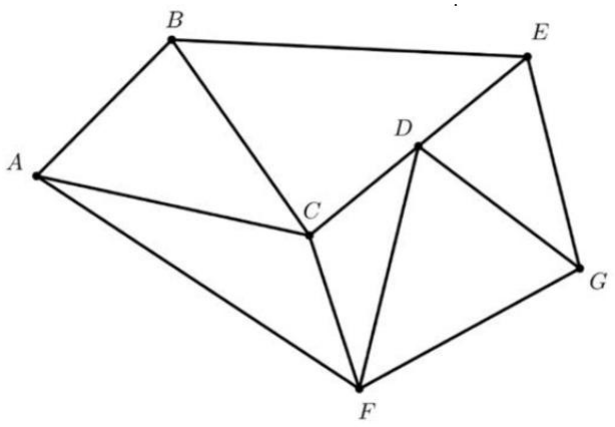
16. Feladat

Az ábrán egy környezetvédő szervezet logójának ki nem színezett terve látható. A logó kilenc tartományát három színnel (sárga, kék és zöld) szeretnénk kiszínezni úgy, hogy a szomszédos tartományok különböző színűek legyenek. (Két tartomány szomszédos, ha a határvonalaiknak van közös pontja. Egy-egy tartomány színezéséhez egy színt használhatunk.)
Hányféleképpen lehet a logót a feltételeknek megfelelően kiszínezni?



17. Feladat

A feladatot az alábbi ábra alapján oldja meg!



Az A pontból a G-be kell eljutnunk úgy, hogy az egyes pontok között csak a berajzolt szakaszokon mozoghatunk, és mindig csak olyan pontra léphetünk tovább, amelynek betűjele a magyar ábécében az elhagyni készült pont betűjele után helyezkedik el.
(Tehát például C-ről D-re vagy F-re léphetünk, de A-ra vagy B-re nem.)
Hányféle különböző útvonalon juthatunk el ilyen módon A-ból G-be?

Permutáció, variáció, kombináció

17. Feladat

Hányféleképpen lehet egy 10 fős társaságból egy elnököt és egy titkárt választani? Megoldását indokolja!

18. Feladat

A 9.B osztály létszáma 32 fő. Közülük először egy osztálytitkárt, majd egy titkárhelyettest választanak.

Hányféleképpen alakulhat a választás kimenetele?

19. Feladat

Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyikben csupa különböző számjegyek szerepelnek?

20. Feladat
A 12. évfolyam tanulói magyarból próbaérettségit írtak. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben. Hány tanuló írta meg a dolgozatot, ha az összes képezhető kódszámot mind kiosztották?

21. Feladat
Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk).
Ezek között hány olyan szám van,
a) amely öt azonos számjegyből áll;
b) amelyik páros;
c) amelyik 4-gyel osztható?

22. Feladat
a) Hány olyan négy különböző számjegyből álló négyjegyű számot tudunk készíteni, amelynek mindegyik számjegye eleme az {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7} halmaznak?
b) Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből?
c) Hány olyan hatjegyű, hárommal osztható szám írható fel, amely csak az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyeket tartalmazza, és e számjegyek mindegyike legalább egyszer előfordul benne?

23. Feladat
Hány ötjegyű pozitív szám van a kettes számrendszerben?

24. Feladat
Egy iskolának mind az öt érettségiző osztálya 1-1 táncot mutat be a szalagavató bálon. Az A osztály palotást táncol, ezzel indul a műsor. A többi tánc sorrendjét sorsolással döntik el. Hányféle sorrend alakulhat ki? Válaszát indokolja!

25. Feladat
Egy 28 fős diákcsoport autóbusszal 7 napos táborozásra indul. A táborba autóbusszal utaztak, amelyre ülésrendet állítottak össze. Az első két ülésre 25-en jelentkeztek. Hányféleképpen lehet kiválasztani a két tanulót, ha azt is figyelembe kell venni, hogy ki ül az ablak mellett?

26. Feladat
A piacon az egyik zöldségespultnál hétféle gyümölcs kapható. Kati ezekből háromfélét vesz, mindegyikből 1-1 kilót. Hányféle összeállításban választhat Kati? (A választ egyetlen számmal adja meg!)

27. Feladat
Hat ajánlott olvasmányból hányféleképpen lehet pontosan négyet kiválasztani?

28. Feladat
A focira jelentkezett 19 tanulóból öten vehetnek részt egy edzőtáborban. Igazolja, hogy több, mint 10 000-féleképpen lehet kiválasztani az öt tanulót!

29. Feladat
Az autókereskedés parkolójában 1–25-ig számozott hely van. Május 10-én az üres parkolóba 25 kocsi érkezik: 12 ezüstszínű ötajtós, 4 piros négyajtós, 2 piros háromajtós és 7 zöld háromajtós. Az üres parkolóba már beálltak a négy és ötajtós autók. Hányféleképpen állhatnak be az üresen maradt helyekre a háromajtósak?
(Az azonos színű autókat nem különböztetjük meg egymástól.)

30. Feladat

A 12. a osztályban az irodalom próbaérettségin 11 tanuló szóbelizik. A tanulók két csoportban vizsgáznak, az első csoportba hatan, a másodikba öten kerülnek.

a) Peti azt állította, hogy az első csoportba kerülő 6 tanulót többszáz-féleképpen lehet kiválasztani. Pontosan hányféleképpen?

b) Az első csoportba került hat tanuló tételt húzott, és valamennyien elkezdték a felkészülést. Igaz-e, hogy több mint ezerféle sorrendben hangozhat el a hat felelet?

31. Feladat

A szóbeli érettségi vizsgán az osztály 22 tanulója közül az első csoportba öten kerülnek.

a) Hányféleképpen lehet a 22 tanulóból véletlenszerűen kiválasztani az első csoportba tartozókat? Először mindenki történelemből felel.

b) Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 kiválasztott diák?

32. Feladat

Egy futóverseny döntőjébe hat versenyző jutott, jelöljük őket A, B, C, D, E és F betűvel. A cél előtt pár méterrel már látható, hogy C biztosan utolsó lesz, továbbá az is biztos, hogy B és D osztozik majd az első két helyen. Hányféleképpen alakulhat a hat versenyző sorrendje a célban, ha nincs holtverseny? Válaszát indokolja!

33. Feladat

Egy szellemi vetélkedő döntőjébe 20 versenyzőt hívnak be. A zsűri az első három helyezettet és két további különdíjast fog rangsorolni. A rangsorolt versenyzők oklevelet és jutalmat kapnak.

a) Az öt rangsorolt versenyző mindegyike ugyanarra a színházi előadásra kap egy-egy jutalomjegyet. Hányféle kimenetele lehet ekkor a versenyen a jutalmazásnak?

b) A dobogósok három különböző értékű könyvutalványt, a különdíjasok egyike egy színházjegyet, a másik egy hangversenyjegyet kap. Hányféle módon alakulhat ekkor a jutalmazás?

c) Ha már eldőlt, kik a rangsorolt versenyzők, hányféle módon oszthatnak ki nekik jutalmul öt különböző verseskötetet?

34. Feladat

Anna, Bori és Cili moziba mennek. Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé?

35. Feladat

Anna, Béla, Cili és Dénes színházba megy. Jegyük a bal oldal 10. sor 1., 2., 3., 4. helyére szól.

a) Hányféle sorrendben tudnak leülni a négy helyre?

b) Hányféleképpen tudnak leülni a négy helyre úgy, hogy Anna és Béla egymás mellé kerüljenek?