Számelmélet

1. Feladat
Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
I. Minden prímszám páratlan.
II. Létezik páratlan prímszám.

2. Feladat
Döntse el az alábbi állításról, hogy igaz vagy hamis! Nincs két olyan prímszám, amelyek különbsége prímszám.

3. Feladat
Adja meg a 24 egyjegyű pozitív osztóinak halmazát!

4. Feladat
Sorolja fel a 2010-nek mindazokat a pozitív osztóit, amelyek prímszámok!

5. Feladat
Írja fel prímszámok szorzataként a 420-at!

6. Feladat
Adottak a következő számok:

$$a = 23 \cdot 5 \cdot 72 \cdot 114$$
$$b = 2 \cdot 52 \cdot 113 \cdot 13$$

Írja fel a és b legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! A kért számokat elegendő prímtényezős alakban megadni.

7. Feladat
Írja fel 24 és 80 legkisebb közös többszörösét! Számítását részletezze!

8. Feladat
Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
A) Ha egy természetes szám osztható hattal és tízzel, akkor osztható hatvannal.
B) A 20-nál kisebb pozitív prímszámok összege páratlan.

9. Feladat
Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis!
A) Ha egy természetes szám 4-gyel osztható, akkor páros.
B) Ha egy természetes szám páros, akkor osztható 4-gyel.
C) A párosság a néggyel oszthatóság szükséges feltétele.
D) A párosság a néggyel oszthatóság elégséges feltétele.

10. Feladat
Állapítsa meg a következő állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!
A) Ha egy páros szám osztható 9-cel, akkor 18-cal is osztható.
B) Minden 100-zal osztható szám 200-zal is osztható.
C) Van olyan 100-zal osztható szám, ami 13-mal is osztható.
D) Csak a 3-mal osztható páros számok oszthatók hattal.

11. Feladat
Döntse el, hogy az alábbi állítás igaz vagy hamis! Ha egy szám osztható 36-tal, akkor osztható 12-vel is. Írja le az állítás megfordítását is!

12. Feladat
Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!

A) Két valós szám közül az a nagyobb, amelyiknek a négyzete nagyobb.

B) Ha egy szám 5-tel és 15-tel is osztható, akkor a szorzatukkal is osztható.

13. Feladat
Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

A) Két különböző pozitív egész szám legnagyobb közös osztója mindig kisebb mindkét számnál.

B) Két különböző pozitív egész szám legnagyobb közös osztója mindig osztója a két szám összegének.

C) Két különböző pozitív egész szám legnagyobb közös osztója nem lehet 1.

14. Feladat
Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
A) Ha egy szám osztható 6-tal és 8-cal, akkor osztható 48-cal is.
B) Ha egy pozitív egész szám minden számjegye osztható 3-mal, akkor a szám is osztható 3-mal.
C) A 48 és a 120 legnagyobb közös osztója a 12.

15. Feladat
Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz-e vagy hamis!
A) Ha két szám négyzete egyenlő, akkor a számok is egyenlők.
B) A kettes számrendszerben felírt 10100 szám a tízes számrendszerben 20.

16. Feladat
Hány ötjegyű pozitív szám van a kettes számrendszerben?

17. Feladat
Adja meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
A kettes számrendszerben felírt 11100 szám tízes számrendszerbeli alakja 56.

18. Feladat
A $2x3$ háromjegyű szám osztható 3-mal. Mennyi lehet az x számjegy értéke?

19. Feladat
Az $N = 437y51$ hárommal osztható hatjegyű számot jelöl a tízes számrendszerben. Adja meg az y számjegy lehetséges értékeit!

20. Feladat
Háromjegyű számokat írtunk fel a 0; 5 és 7 számjegyekkel.
Írja fel ezek közül azokat, amelyek öttel oszthatók, és különböző számjegyekből állnak!

21. Feladat
Béla kódja egy olyan hattal osztható, csupa különböző számjegyből álló háromjegyű szám, melynek minden számjegye prímszám, és amelynek számjegyei (balról jobbra haladva) csökkenő sorrendben követik egymást. Adja meg Béla kódját!

22. Feladat
A pozitív egészeket növekvő sorrendbe állítjuk. Melyik szám nagyobb: a hetedik 13-mal osztható pozitív egész, vagy a tizenharmadik 7-tel osztható pozitív egész?

23. Feladat
Melyik a 201 -edik pozitív páros szám? Válaszát indokolja!

24. Feladat
Peti felírt egy hárommal osztható hétjegyű telefonszámot egy cédulára, de az utolsó jegy elmosódott. A barátja úgy emlékszik, hogy az utolsó jegy nulla volt. A kiolvasható szám: 314726. Igaza lehetett-e Peti barátjának? Válaszát indokolja!

25. Feladat
Igaz-e, hogy 25 863 számjegyeit tetszőleges sorrendben felírva mindig hárommal osztható számot kapunk? (Válaszát indokolja!)

Gábor olyan sorrendben írja fel 25 863 számjegyeit, hogy a kapott szám néggyel osztható legyen. Milyen számjegy állhat a tízes helyiértéken? (Válaszát indokolja!)

26. Feladat
Adott a következő hétjegyű szám: 135947X. Milyen számjegyeket írhatunk az X helyére, hogy az így kapott hétjegyű szám 4-gyel osztható legyen?

27. Feladat
Melyik számjegy állhat a 2582X ötjegyű számban az X helyén, ha a szám osztható 3-mal? Válaszát indokolja!

28. Feladat
Milyen számjegy állhat az X helyén, ha a négyjegyű 361X szám 6 -tal osztható?

29. Feladat
Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelynek minden számjegye különböző?

30. Feladat
Hány olyan 3-mal osztható négyjegyű szám van, amely 5-re végződik és a számjegyei között a 3; 4; 6 számjegyek mindegyike előfordul? Válaszát indokolja!

31. Feladat
Egy 28 fős diákcsoport autóbusszal 7 napos táborozásra indul. A szállás megrendeléséhez szükséges hatjegyű telefonszám utolsó számjegye elmosódott a papíron, így csak az első öt jegyet tudták biztosan: 24375. A csoport egyik tagja arra biztosan emlékezett, hogy a hatjegyű szám osztható volt hattal. Melyik számjegy állhat az utolsó helyen?

32. Feladat
A PIROS iskola tanulóinak száma tízesekre kerekítve 650. A tanulók között pontosan 10-szer annyian vannak a 180 cm-nél alacsonyabbak, mint azok, akik legalább 180 cm magasak. Pontosan hány tanulója van az iskolának?

33. Feladat
Sorolja fel a H halmaz elemeit, ha $H = \{\text{kétjegyű négyzetszámok}\}$.

34. Feladat
Egy osztályba 16 lány és 18 fiú jár. Egy délutáni összejövetelre a lányok aprósüteményt készítettek a fiúknak. Mindegyik lány ugyanannyi darabot sütött és az is kiderült, hogy mindegyik fiúnak ugyanannyi darab sütemény jutott. A sütemények száma 400 darabnál több volt, de 500-nál kevesebb. Hány darab sütemény készült?

35. Feladat
Mennyivel nagyobb a 126 és a 450 legkisebb közös többszöröse a legnagyobb közös osztójuknál? Számítását részletezze!

36. Feladat
Írja fel kettes számrendszerben a 10010 számot!

37. Feladat
Írja fel tízes számrendszerben az 1010112számot!

38. Feladat
Írja fel tízes számrendszerben az 101012 számot!

39. Feladat
Írja fel a 38 -at két különböző prímszám összegeként!

40. Feladat
Írja fel kettes számrendszerben a tízes számrendszerbeli 23-at!

41. Feladat
Határozza meg a következő állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!
A: Ha egy szám osztható 24-gyel, akkor osztható 6-tal és 4-gyel is.
B: Ha egy szám osztható 6-tal és 4-gyel, akkor osztható 24-gyel is.
C: Ha egy szám osztható 24-gyel, akkor a számjegyeinek összege osztható 3-mal.

42. Feladat
Milyen számjegyeket írhatunk a c helyére, hogy a $64c39c$ hatjegyű szám osztható legyen 3-mal? Válaszát indokolja!